

Пример: уравнение Бюргера

Еще усложним уравнение переноса, добавив в него диффузионное слагаемое:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c(u) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = D \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} . \quad (39)$$

Это уравнение при $c(u)=u$ называют *уравнением Бюргера*. Физически оно является хорошей моделью «автомобильной пробки».

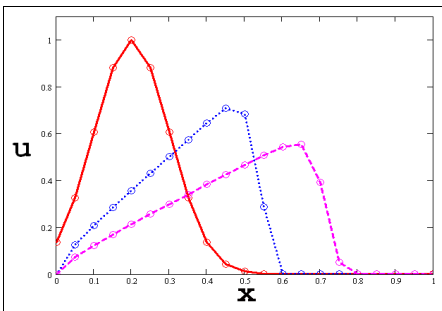


Рис. 24. Решение уравнения Бюргера ($c=20u$, $D=0.05$)

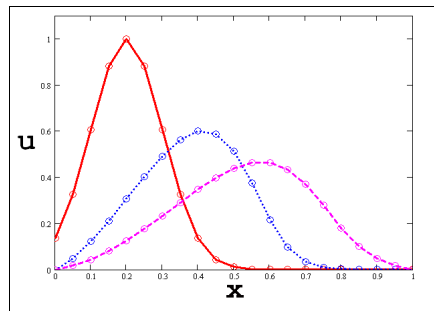


Рис. 25. Решение уравнения Бюргера ($c=10+10u$, $D=0.5$)

Решение (39) при помощи комбинированной явной схемы, полученной объединением формул (4) и (34), показано на рис. 24-25. На рис. 24 приведен случай слабой, а на рис. 25 – сильной диффузии. В первом случае слагаемое, ответственное за нелинейный перенос приводит к образованию разрывных решений, а во втором, благодаря диффузии, разрыва не происходит, и фронт решения размывается.

§6. 1-е дифференциальное приближение

Вернемся к уравнению переноса (34) с нулевым источником:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (40)$$