

## Полосовая фильтрация

В предыдущих разделах была рассмотрена фильтрация быстрых вариаций сигнала (сглаживание) и его медленных вариаций (устранение тренда). Иногда требуется выделить среднемасштабную составляющую сигнала, уменьшив как более быстрые, так и более медленные его компоненты. Одна из возможностей решения этой задачи связана с применением полосовой фильтрации на основе последовательного скользящего усреднения.

Алгоритм полосовой фильтрации сигнала, представленного в дискретной форме в виде вектора  $y$ , реализует следующую последовательность операций:

- Корректировка ноль-линии (приведение вектора  $y$  к нулевому среднему) путем его вычитания из каждого элемента  $y$ .
- Устранение из сигнала  $y$  высокочастотной составляющей, имеющее целью получить сглаженный сигнал  $\bar{Y}$ , например, с помощью скользящего усреднения с малым окном  $w$  (в примере рис. 76  $w=3$ )

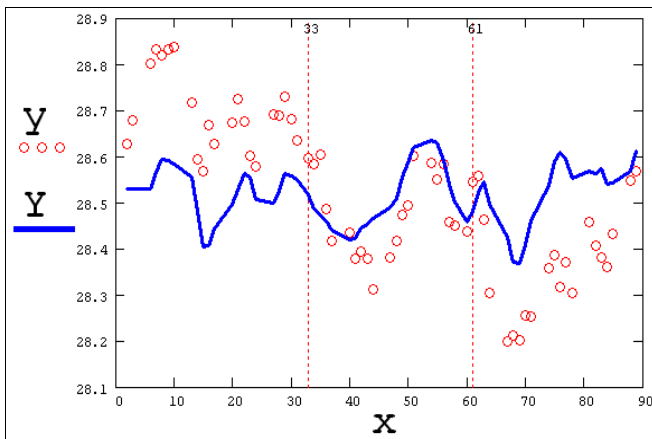
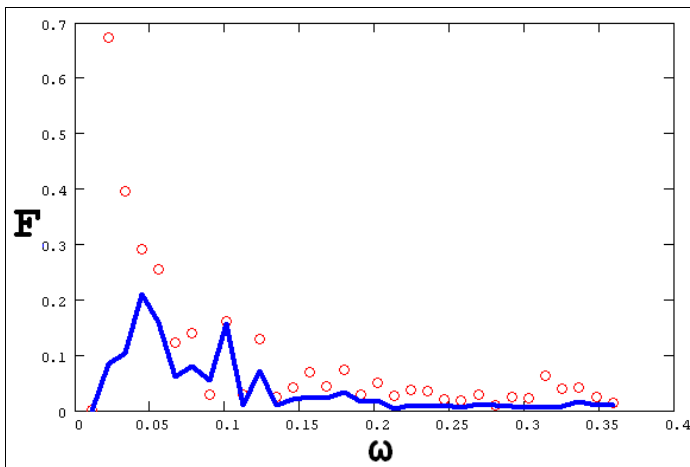


Рис. 76. Исходные данные (точки) и результат применения полосовой фильтрации (кривая)

- Выделение из сигнала  $Y$  низкочастотной составляющей  $s$ , например, путем скользящего усреднения с большим окном  $w$  (например,  $w=7$ ), либо с помощью операции устранения тренда.
- Вычитание из сигнала  $Y$  тренда  $s$ , фактически, выделяющее среднemasштабную составляющую исходного сигнала  $u$ .

Результат действия полосовой фильтрации и обусловленные ею изменения в спектральной области приведены на рис. 76 и 77 соответственно.



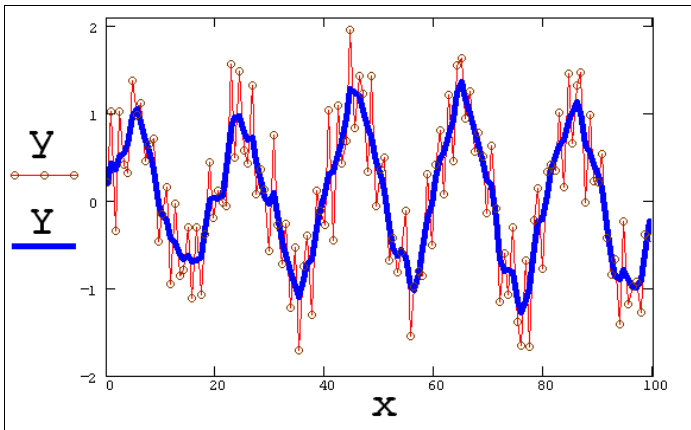
*Рис. 77. Спектр исходных данных (точки) и выхода полосового фильтра (кривая)*

### **Спектральная фильтрация**

Альтернативой всем представленным до сих пор алгоритмам, в частности, методу полосовой фильтрации (см. пред. разд.), является фильтрация на основе интеграла Фурье. Пока мы использовали для подавления в сигнале тех или иных частотных диапазонов определенные процедуры, основанные на арифметических преобразованиях. Между тем, для той же цели (правда, с несколько большими вычислительными затратами) можно применять методы Фурье-анализа.

Если вычислить спектр сигнала, удалить из него (или существенно уменьшить) определенные частоты, а затем выполнить обратное преобразование Фурье, то результатом будет фильтрованный сигнал. Как правило, действие спектрального фильтра сводится к умножению спектра сигнала на некоторую функцию  $W(\omega)$ , называемую *спектральным окном*.

Приведем пример фильтрации на основе преобразования Фурье. В качестве модельного сигнала (представленного в дискретной форме вектором  $y$ ) используем сумму двух гармонических функций и равномерно распределенного шума (рис. 78, кружки).



**Рис. 78.** Исходный модельный сигнал (кружки) и результат его спектральной фильтрации

Фурье-спектр данных  $F(\omega)$ , вычисленный при помощи алгоритма БПФ, показан на рис. 79. Для получения фильтрованного сигнала следует умножить вычисленный спектр на функцию спектрального окна  $W(\omega)$  и затем выполнить обратное Фурье-преобразование. Функция  $W(\omega)$ , которая была использована в расчетах, показана на рис. 79 пунктиром. Результат фильтрации изображен на рис. 78 сплошной кривой.

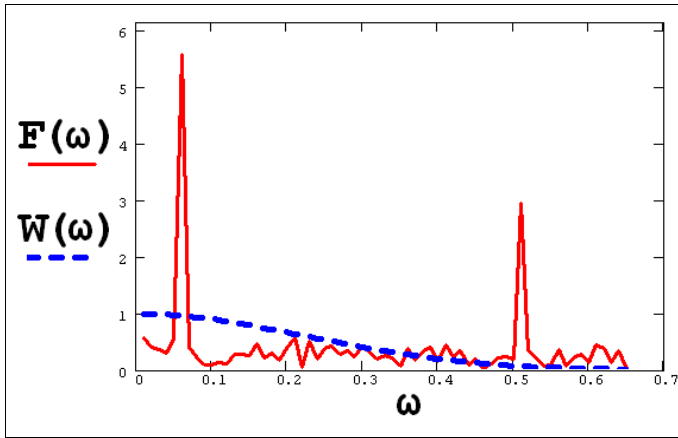


Рис. 79. Фурье-преобразование сигнала и окно-фильтр

### Вычисление спектра мощности

Завершим параграф, посвященный сглаживанию, еще одним примером вычисления спектра мощности модельных данных (суммы гармонического сигнала и шума, распределенного равномерно), связанного с использованием его Фурье-спектра. В этих целях сначала выполняется преобразование Фурье самих данных, а затем производится его сглаживание путем скользящего усреднения с окном, равным 3. Из курса математической статистики известно, что квадратная степень сглаженного преобразования Фурье может считаться оценкой спектра мощности, и для вычисленного таким образом спектра уже можно применять вероятностные оценки погрешностей его отсчетов. Результаты действия алгоритма: преобразование Фурье  $F(\omega)$  и спектр мощности  $P(\omega)$  показаны на рис. 80 (кружками и сплошной кривой соответственно). Полезно сравнить этот спектр с рис. 70, полученным по другому алгоритму, а именно, согласно определению спектра мощности, через Фурье-преобразование сглаженной функции корреляции.

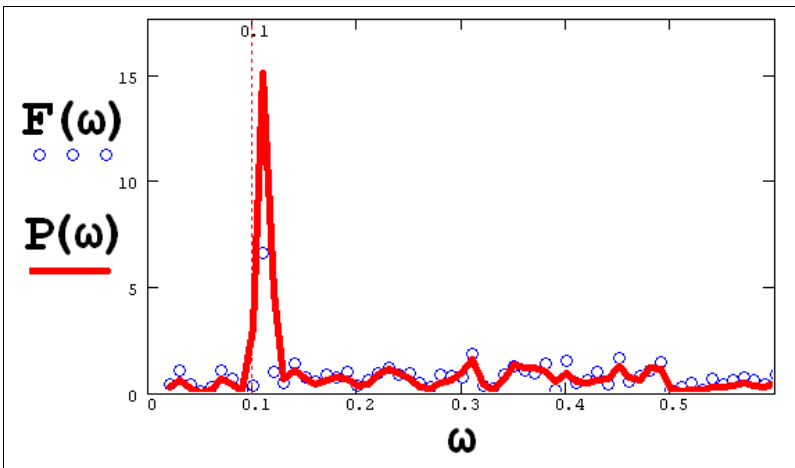


Рис. 80. Фурье-преобразование сигнала и его спектр мощности