Алгебра
Многочлен (полином) n-й степени

К-0 Многочлен (полином) n-й степени. Для определенности рассмотрим случай $n := 3$ и определим $n+1=4$ параметра: $A_0 := 20$, $A_1 := 3$, $A_2 := -10$, $A_3 := 1$.

Выражение $y(x) := A_3 \cdot x^3 + A_2 \cdot x^2 + A_1 \cdot x + A_0$, в котором x означает независимую переменную, а A_i — какие-нибудь данные постоянные числа, называется ***многочленом (полиномом) третьей степени***.

Вообще говоря, для любого n ***многочленом (полиномом)*** n ***-й степени*** называется сумма $y(x) := \sum_{i=0}^{n} A_i \cdot x^i$ (коэффициент A_0 при x^0 называется ***свободным членом***).

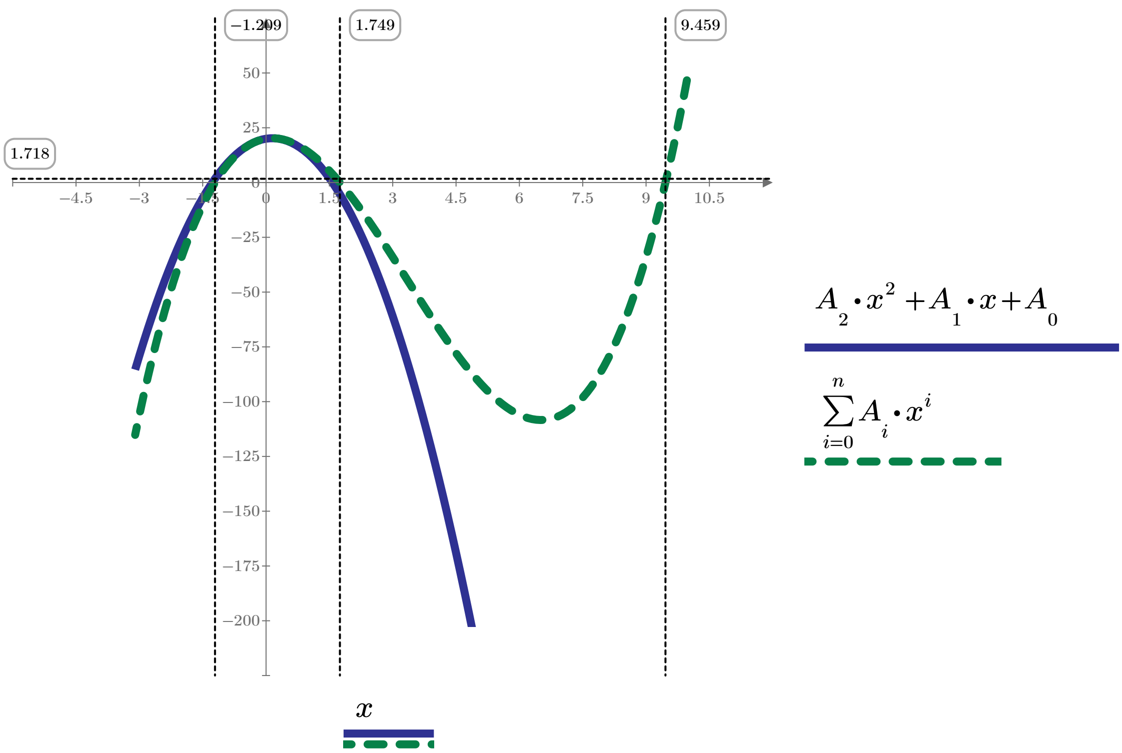
Отыщем все корни кубического уравнения $A_3 \cdot x^3 + A_2 \cdot x^2 + A_1 \cdot x + A_0 = 0$:

$$x1 := \mathrm{root}\left(A_3 \cdot x^3 + A_2 \cdot x^2 + A_1 \cdot x + A_0, x, -5, 0\right) = -1.209$$

$$x2 := \mathrm{root}\left(A_3 \cdot x^3 + A_2 \cdot x^2 + A_1 \cdot x + A_0, x, 0, 5\right) = 1.749$$

$$x3 := \mathrm{root}\left(A_3 \cdot x^3 + A_2 \cdot x^2 + A_1 \cdot x + A_0, x, 5, 11\right) = 9.459$$

$$x := -3.1, -3 .. 10$$



II-144 Общий вид алгебраического уравнения. Можно показать, что всякое уравнение, в котором неизвестное связано с данными числами посредством конечного числа шести алгебраических действий: сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня (только если неизвестное не входит ни в показатель степени, ни в показатель корня), может быть приведено к приравниванию нулю многочлена n-й степени:

$$\sum_{i=0}^{n} A_i \cdot x^i = 0,$$

где коэффициенты A суть постоянные вещественные или комплексные числа, причем некоторые коэффициенты, кроме первого могут равняться нулю. Уравнение такого вида называется ***алгебраическим***. Алгебраические уравнения степени выше второй называются ***уравнениями высших степеней***.

II-145 Теорема Гаусса: всякое алгебраическое уравнение имеет вещественный или комплексный корень. Допустив эту истину (доказательство которой в элементарной алгебре было бы затруднительно), нетрудно показать, алгебраическое уравнение имеет число корней, вещественных или комплексных, равное n, т.е. степени определяющего уранвнеие полинома.