Рассмотрим для простоты случай, когда N=2 и явной зависимости от времени нет. Тогда (20) выглядит как:

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= 0, \\ f_2(x, y) &= 0. \end{aligned} \tag{31}$$

Чтобы решить задачу предварительной (грубой) локализации корней, в самых простых случаях можно использовать графическое представление $f_1(x,y)$ и $f_2(x,y)$, что иллюстрируется рис. 20. На нем каждое из двух уравнений (их конкретный вид для данного примера Вы найдете на компакт-диске) показывается в виде зависимости y(x): первое – сплошной кривой, а второе – пунктиром. Точки пересечения кривых соответствуют одновременному выполнению обоих уравнений, т. е. их координаты равны искомым корням системы (31).

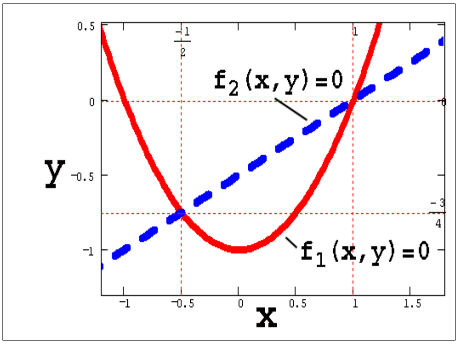

Рис. 20. *Графическое решение системы (31)*

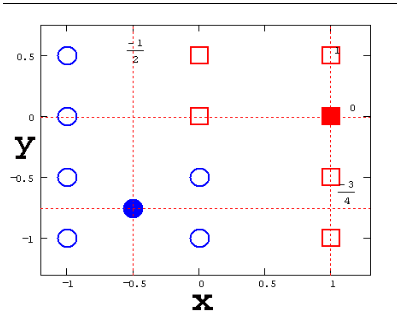

Рис. 21. *К объяснению алгоритма сканирования*

В случае многомерных систем такой способ практически неприменим. Если требуется исследовать определенную область определения переменных уравнения на наличие корней, определив их примерное положение, то обычно используют весьма расточительный способ, называемый *сканированием*.

Сканирование состоит в последовательном поиске корня, начиная из множества пробных точек, покрывающих расчетную область. На рис. 21 показан фрагмент сетки, узлы которой помечены кружками или квадратами, в зависимости от того, к какому из двух корней сходится численное решение, если итерации начинаются из данного узла.

Чаще всего сканирование организуют следующим образом. Область определения функции покрывается сеткой (в случае функции двух переменных чаще всего прямоугольной, в случае трех переменных – кубической и т. д.). Из узлов сетки, т.е. каждой элементарной области запускается численный метод поиска корня, и в случае выхода итераций за ее пределы расчеты прерываются, а в противном случае происходит нахождение корня.

Гораздо менее надежной (но зато более экономной) альтернативой является простое вычисление и сравнение между собой невязок системы уравнений в узлах сетки. На тех участках области определения, где норма невязки невелика, вероятность локализации корня больше, и именно из локальных минимумов нормы невязки можно запускать градиентный метод для уточнения корня.

Конечно, гарантии, что все существующие корни будут найдены, особенно в многомерных случаях, чаще всего нет. Всегда существует вероятность «просмотреть» корень, расположенный между узлами сканирования.

Остановимся теперь на конкретных численных алгоритмах, которые применяются для решения алгебраических уравнений. Будем далее говорить об одном уравнении, имея в виду, что всегда возможно обобщение результатов на случай системы уравнений

Один из наиболее простых методов называется *алгоритмом секущих* и состоит (в одномерном случае) в следующем (рис. 22). Сначала выбирается начальное приближение к корню: $x_0=x$ и расчитывается следующая точка $x_1=x_0+h$, где h – это шаг. Затем вычисляются значения $f_0=f(x_0)$ и $f_1=f(x_1)$.

Через эти две точки (x_0, f_0) и (x_1, f_1) проводится секущая – прямая линия, которая пересекает ось X в некоторой точке x_2. Эта точка